

Supplement Material

Transfer Strategies from Single- to Multi-objective Grouping Mechanisms

Frederick Sander, Heiner Zille, Sanaz Mostaghim

GECCO 2018

Table 1: Amount of function evaluations (median and IQR) spent by each method to determine the interactions between decision variables

	LMEA	LMEA + DG2	MOEA/DVA	MOEA/DVA + DG2	WOF-SMPSO	WOF-SMPSO + DG2
LSMOP1	9,081,180 (—)	505,516 (—)	9,099,270 (—)	505,516 (—)	0 (—)	506,522 (—)
LSMOP2	9,081,180 (—)	505,516 (—)	9,099,270 (—)	42,196 (—)	0 (—)	506,522 (—)
LSMOP3	9,078,807 (2.31E2)	505,516 (—)	9,099,270 (—)	505,516 (—)	0 (—)	506,522 (—)
LSMOP4	9,080,316 (3.00E2)	505,516 (—)	9,099,270 (—)	505,516 (—)	0 (—)	506,522 (—)
LSMOP5	4,594,590 (—)	255,971 (—)	9,099,270 (—)	505,516 (—)	0 (—)	506,522 (—)
LSMOP6	9,080,232 (1.17E2)	505,516 (—)	9,099,270 (—)	42,196 (—)	0 (—)	506,522 (—)
WFG2	5,051,697 (2.19E2)	281,626 (—)	9,009,000 (—)	377,147 (1.03E4)	0 (—)	501,502 (—)
WFG3	5,051,682 (8.40E1)	281,626 (—)	9,009,000 (—)	281,626 (—)	0 (—)	501,502 (—)
WFG4	5,055,750 (—)	281,626 (—)	8,991,000 (—)	281,626 (—)	0 (—)	500,501 (—)
WFG5	5,055,750 (—)	281,626 (—)	8,991,000 (—)	281,626 (—)	0 (—)	500,501 (—)
WFG7	264,039 (4.36E5)	94,831 (7.87E4)	8,991,000 (—)	1 (—)	0 (—)	500,501 (—)
WFG8	232,167 (3.28E4)	281,626 (—)	8,991,000 (—)	281,626 (—)	0 (—)	500,501 (—)

Table 2: Amount of function evaluations (median and IQR) spent on dividing decision variables into convergence- and diversity-related variables

	LMEA	LMEA + DG2	MOEA/DVA	MOEA/DVA + DG2	WOF-SMPSO	WOF-SMPSO + DG2
LSMOP1	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP2	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP3	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP4	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP5	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP6	8,048 (—)	8,048 (—)	20,220 (—)	20,220 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG2	8,008 (—)	8,008 (—)	20,120 (—)	20,120 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG3	8,008 (—)	8,008 (—)	20,120 (—)	20,120 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG4	8,000 (—)	8,000 (—)	20,100 (—)	20,100 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG5	8,000 (—)	8,000 (—)	20,100 (—)	20,100 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG7	8,000 (—)	8,000 (—)	20,100 (—)	20,100 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG8	8,000 (—)	8,000 (—)	20,100 (—)	20,100 (—)	0 (—)	0 (—)

Table 3: Average sizes of the variable groups that were built from the convergence-related variables by LMEA and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the average group size in each independent run

	LMEA	LMEA + DG2 (OA+VA)	LMEA + DG2 (OA+VS)	LMEA + DG2 (OS+VA)	LMEA + DG2 (OS+VS)	LMEA + Random
LSMOP1	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	251.25 (—)
LSMOP2	1 (—)	1 (—)	1 (—)	10.05 (—)	100.5 (—)	251.25 (—)
LSMOP3	1.391 (4.07E-2)	1 (—)	1 (—)	1.546 (—)	3.406 (—)	251.25 (—)
LSMOP4	1.076 (1.26E-2)	1 (—)	1 (—)	1.488 (—)	1.921 (—)	251.25 (—)
LSMOP5	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	178.75 (—)
LSMOP6	1.125 (1.26E-2)	3.406 (—)	3.406 (—)	6.699 (—)	100.5 (—)	251.25 (—)
WFG2	1.913 (3.42E-2)	1.989 (—)	1.989 (1.11E-1)	1.989 (—)	1.989 (—)	187.5 (—)
WFG3	1.913 (2.43E-2)	1.989 (—)	1.989 (—)	1.989 (—)	1.989 (—)	187.5 (—)
WFG4	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)
WFG5	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)
WFG7	449 (2.74E2)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	110.25 (2.80E1)
WFG8	750 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)

Table 4: Numbers of variable groups that were built from the convergence-related variables by LMEA and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the number of groups over all independent runs

	LMEA	LMEA + DG2 (OA+VA)	LMEA + DG2 (OA+VS)	LMEA + DG2 (OS+VA)	LMEA + DG2 (OS+VS)	LMEA + Random
LSMOP1	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	4 (—)
LSMOP2	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	100 (—)	10 (—)	4 (—)
LSMOP3	722 (2.10E1)	1,005 (—)	1,005 (—)	650 (—)	295 (—)	4 (—)
LSMOP4	934 (1.10E1)	1,005 (—)	1,005 (—)	675 (—)	523 (—)	4 (—)
LSMOP5	715 (—)	715 (—)	715 (—)	715 (—)	715 (—)	4 (—)
LSMOP6	893 (1.00E1)	295 (—)	295 (—)	150 (—)	10 (—)	4 (—)
WFG2	392 (4.00E0)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	4 (—)
WFG3	392 (5.00E0)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	4 (—)
WFG4	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)
WFG5	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)
WFG7	1 (—)	435 (1.86E2)	464 (8.00E1)	455 (1.36E2)	429 (8.50E1)	4 (—)
WFG8	1 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)

Table 5: Amount of decision variables (median and IQR values) that were identified as diversity-related by LMEA and its modified versions

	LMEA	LMEA + DG2 (OA+VA)	LMEA + DG2 (OA+VS)	LMEA + DG2 (OS+VA)	LMEA + DG2 (OS+VS)	LMEA + Random
LSMOP1	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP2	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP3	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP4	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP5	291 (—)	291 (—)	291 (—)	291 (—)	291 (—)	291 (—)
LSMOP6	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
WFG2	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)
WFG3	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)
WFG4	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)
WFG5	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)
WFG7	538 (2.75E2)	565 (1.86E2)	536 (8.00E1)	545 (1.36E2)	571 (8.30E1)	559 (1.12E2)
WFG8	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)

Table 6: Average sizes of the variable groups that were built from the convergence-related variables by MOEA/DVA and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the average group size in each independent run

	MOEA/DVA	MOEA/DVA + DG2 (OA+VA)	MOEA/DVA + DG2 (OA+VS)	MOEA/DVA + DG2 (OS+VA)	MOEA/DVA + DG2 (OS+VS)	MOEA/DVA + Random
LSMOP1	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	251.25 (—)
LSMOP2	2.871 (2.27E-1)	1 (—)	1 (—)	3.052 (—)	58 (—)	72.5 (—)
LSMOP3	1.007 (2.01E-3)	1 (—)	1 (—)	1.546 (—)	3.406 (—)	251.25 (—)
LSMOP4	2.102 (1.00E-1)	1 (—)	1 (—)	1.488 (—)	1.921 (—)	251.25 (—)
LSMOP5	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	251.25 (—)
LSMOP6	2.5 (3.13E-1)	1 (—)	1 (—)	2 (—)	58 (—)	72.5 (—)
WFG2	2.234 (4.44E-2)	1.753 (1.84E-2)	1.758 (1.23E-2)	1.765 (2.37E-2)	1.874 (2.59E-1)	216.25 (2.00E0)
WFG3	1.963 (2.05E-2)	1.989 (—)	1.989 (—)	1.989 (—)	1.989 (—)	187.5 (—)
WFG4	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)
WFG5	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)
WFG7	-1 (—)	-1 (—)	-1 (—)	-1 (—)	-1 (—)	-1 (—)
WFG8	1.473 (6.89E-2)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	187.5 (—)

Table 7: Numbers of variable groups that were built from the convergence-related variables by MOEA/DVA and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the number of groups over all independent runs

	MOEA/DVA	MOEA/DVA + DG ₂ (OA+VA)	MOEA/DVA + DG ₂ (OA+VS)	MOEA/DVA + DG ₂ (OS+VA)	MOEA/DVA + DG ₂ (OS+VS)	MOEA/DVA + Random
LSMOP1	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	4 (—)
LSMOP2	101 (8.00E0)	290 (—)	290 (—)	95 (—)	5 (—)	4 (—)
LSMOP3	998 (2.00E0)	1,005 (—)	1,005 (—)	650 (—)	295 (—)	4 (—)
LSMOP4	478 (2.30E1)	1,005 (—)	1,005 (—)	675 (—)	523 (—)	4 (—)
LSMOP5	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	1,005 (—)	4 (—)
LSMOP6	116 (1.40E1)	290 (—)	290 (—)	145 (—)	5 (—)	4 (—)
WFG2	385 (5.00E0)	495 (1.20E1)	492 (8.00E0)	490 (1.40E1)	463 (6.20E1)	4 (—)
WFG3	382 (4.00E0)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	377 (—)	4 (—)
WFG4	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)
WFG5	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)
WFG7	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG8	509 (2.40E1)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	750 (—)	4 (—)

Table 8: Amount of decision variables (median and IQR values) that were identified as diversity-related by MOEA/DVA and its modified versions

	MOEA/DVA	MOEA/DVA + DG ₂ (OA+VA)	MOEA/DVA + DG ₂ (OA+VS)	MOEA/DVA + DG ₂ (OS+VA)	MOEA/DVA + DG ₂ (OS+VS)	MOEA/DVA + Random
LSMOP1	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP2	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)
LSMOP3	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP4	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP5	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)
LSMOP6	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)	716 (—)
WFG2	138 (1.50E1)	133 (1.20E1)	136 (8.00E0)	134 (1.20E1)	135 (9.00E0)	136 (8.00E0)
WFG3	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)	251 (—)
WFG4	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)
WFG5	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)
WFG7	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)
WFG8	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)	250 (—)

Table 9: Average sizes of the variable groups that were built from the convergence-related variables by WOF and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the average group size in each independent run

	WOF-SMPSO	WOF-SMPSO + DG2 (OA+VA)	WOF-SMPSO + DG2 (OA+VS)	WOF-SMPSO + DG2 (OS+VA)	WOF-SMPSO + DG2 (OS+VS)	WOF-SMPSO + Random
LSMOP1	251.5 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1,006 (—)	251.5 (—)
LSMOP2	251.5 (—)	1 (—)	1 (—)	10.06 (—)	1,006 (—)	251.5 (—)
LSMOP3	251.5 (—)	1 (—)	1 (—)	1.547 (—)	1,006 (—)	251.5 (—)
LSMOP4	251.5 (—)	1 (—)	1 (—)	1.49 (—)	3,698 (—)	251.5 (—)
LSMOP5	251.5 (—)	1 (—)	3,457 (—)	1 (—)	1,006 (—)	251.5 (—)
LSMOP6	251.5 (—)	3.41 (—)	3,457 (—)	6,706 (—)	1,006 (—)	251.5 (—)
WFG2	250.25 (—)	1,599 (—)	1,599 (—)	2,662 (—)	2,662 (—)	250.25 (—)
WFG3	250.25 (—)	1,599 (—)	1,599 (—)	1,599 (—)	1,599 (—)	250.25 (—)
WFG4	250 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	250 (—)
WFG5	250 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	250 (—)
WFG7	250 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	250 (—)
WFG8	250 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	1 (—)	250 (—)

Table 10: Numbers of variable groups that were built from the convergence-related variables by WOF and its modified versions. Shown are the median and IQR values of the number of groups over all independent runs

	WOF-SMPSO	WOF-SMPSO + DG2 (OA+VA)	WOF-SMPSO + DG2 (OA+VS)	WOF-SMPSO + DG2 (OS+VA)	WOF-SMPSO + DG2 (OS+VS)	WOF-SMPSO + Random
LSMOP1	4 (—)	1,006 (—)	1,006 (—)	1,005 (—)	1 (—)	4 (—)
LSMOP2	4 (—)	1,006 (—)	1,006 (—)	100 (—)	1 (—)	4 (—)
LSMOP3	4 (—)	1,006 (—)	1,006 (—)	650 (—)	1 (—)	4 (—)
LSMOP4	4 (—)	1,006 (—)	1,006 (—)	675 (—)	272 (—)	4 (—)
LSMOP5	4 (—)	1,005 (—)	291 (—)	1,005 (—)	1 (—)	4 (—)
LSMOP6	4 (—)	295 (—)	291 (—)	150 (—)	1 (—)	4 (—)
WFG2	4 (—)	626 (—)	626 (—)	376 (—)	376 (—)	4 (—)
WFG3	4 (—)	626 (—)	626 (—)	626 (—)	626 (—)	4 (—)
WFG4	4 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	4 (—)
WFG5	4 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	4 (—)
WFG7	4 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	4 (—)
WFG8	4 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	1,000 (—)	4 (—)

Table 11: Amount of decision variables (median and IQR values) that were identified as diversity-related by WOF and its modified versions

	WOF-SMPSO	WOF-SMPSO + DG2 (O _r +V _A)	WOF-SMPSO + DG2 (O _r +V _S)	WOF-SMPSO + DG2 (O _S +V _A)	WOF-SMPSO + DG2 (O _S +V _S)	WOF-SMPSO + Random
LSMOP1	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP2	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP3	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP4	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP5	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
LSMOP6	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG2	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG3	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG4	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG5	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG7	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)
WFG8	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)	0 (—)

Table 12: Comparison between the original MOE/DVA and its modified version used in the main article. The original MOE/DVA updates the population while analysing variable interaction. In our work, this would have given MOEA/DVA an advantage over the other methods of multiple million additional function evaluations to find good solutions. To ensure fairness, the modified version starts the optimisation with the initial population it created before the interaction analysis. As a result, in this table the values by the original MOEA/DVA in the second column were obtained using more than 16 times more function evaluations than the values in the first column. Shown are median and IQR values of the obtained relative Hypervolume

	MOEA/DVA	Original MOEA/DVA
LSMOP1	— (—) *	0.86617 (1.55E-3)
LSMOP2	<i>0.98886</i> (2.92E-4) *	0.99061 (3.98E-4)
LSMOP3	— (—) *	0.25897 (2.35E-2)
LSMOP4	<i>0.97313</i> (1.02E-3) *	0.98342 (2.08E-3)
LSMOP5	— (—) *	0.99635 (1.22E-3)
LSMOP6	— (—) *	0.48462 (1.10E-1)
WFG2	<i>0.74352</i> (6.18E-3) *	0.76851 (2.50E-3)
WFG3	<i>0.57625</i> (3.33E-3) *	0.59063 (5.95E-3)
WFG4	<i>0.54052</i> (3.10E-3) *	0.88571 (1.45E-2)
WFG5	<i>0.54942</i> (6.15E-3) *	0.86158 (1.23E-2)
WFG7	<i>0.73057</i> (1.49E-2) *	0.73178 (1.45E-2)
WFG8	<i>0.49228</i> (4.85E-3) *	0.58958 (1.05E-2)